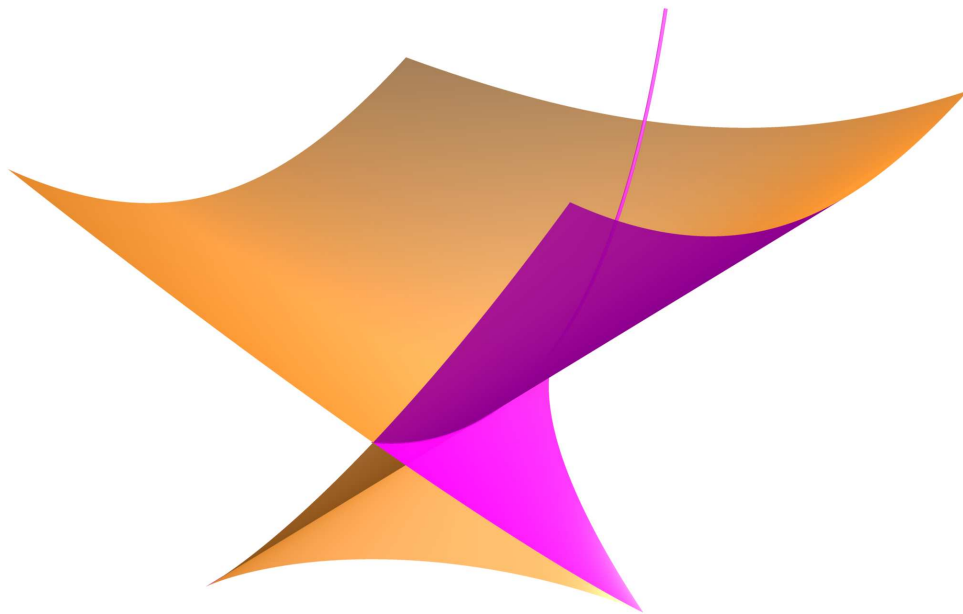


Titelbild DMV–Mitteilungen 03/08



Der Schwalbenschwanz

Oliver Labs, im Oktober 2008

Die Diskriminante D des Polynoms $f(x) = x^4 + ax^2 + bx + c \in \mathbb{R}[x]$ mit Parametern a, b, c ist $D = 4b^2c^3 - 16ac^4 + 27b^4 - 144ab^2c + 128a^2c^2 - 256a^3 \in \mathbb{R}[a, b, c]$. Ihre Nullstellenmenge im \mathbb{R}^3 besteht gerade aus den Punkten $P = (P_a, P_b, P_c) \in \mathbb{R}^3$, die, als Parameter in $f(x)$ eingesetzt, Polynome mit wenigstens doppelten Nullstellen ergeben. Diese Punkte bilden den auf dem Cover gezeigten sogenannten *Schwalbenschwanz*. Er veranschaulicht die mögliche Verteilung der Nullstellen von $f(x)$ recht gut; siehe z.B. www.Calendar.AlgebraicSurface.net für eine Animation dazu.

Auffällig sind beim Schwalbenschwanz die Selbstüberschneidungen, die *nicht-isolierte Singularitäten* darstellen. Solche komplizierten Singularitäten sind gerade wieder besonders aktuell: Seit Hironakas Resultat aus dem Jahr 1964 weiß man nämlich, dass man über \mathbb{C} die Singularitäten jeder beliebigen algebraischen Varietät in beliebiger Dimension auflösen kann, d.h. dass man die singuläre Varietät als Projektion einer glatten Varietät verstehen kann. Algorithmen zur konkreten Berechnung von Auflösungen existieren theoretisch auch schon seit einiger Zeit, siehe Villamayor (1989). Die erste Implementierung dieser Ideen zur Auflösung von Hyperflächensingularitäten lieferten aber erst im Jahr 2000 Bodnár und Schicho. In der Folge entstanden Verbesserungen, siehe dazu den Artikel von Frühbis–Krüger und Pfister in den DMV-Mitteilungen 13-2 (2005).

Auch durch die Möglichkeit, viele Computereperimente durchführen zu können, hat der noch offene Fall der positiven Charakteristik in den letzten Jahren wieder einen Schub bekommen. Beispielsweise findet im Dezember am RIMS zum Thema der Auflösung von Singularitäten, insbesondere in positiver Charakteristik, ein Workshop statt.